

Porównywanie liczb

W matematyce liczby naturalne są definiowane przy pomocy aksjomatyki Peana lub przy pomocy aksjomatyki von Neumanna. Obie definicje wprowadzają **klasyczne porównywanie liczb**. Jest to porównanie, które doskonale znamy: $1 < 2 < 3 < 4 < 5 < 6 < \dots$

Klasyczny porządek liczb nie jest jednak jedynym możliwym. Na potrzeby niniejszego zadania wykorzystamy nieco inny porządek, zdefiniowany w XX wieku przez ukraińskiego matematyka Aleksandra Szarkowskiego.

Porządek Szarkowskiego (który będziemy oznaczali przez \triangleleft) liczb naturalnych jest związany z teorią chaosu. Niech $n = 2^{k_n} \cdot p_n$, $m = 2^{k_m} \cdot p_m$, gdzie p_n, p_m są liczbami nieparzystymi. Porządek Szarkowskiego definiujemy następująco:

- jeśli $p_n \neq 1$ i $p_m \neq 1$, to $n \triangleleft m$, gdy $k_n < k_m$ lub $k_n = k_m$ i $p_n < p_m$
- jeśli $p_n \neq 1$ i $p_m = 1$ to $n \triangleleft m$
- jeśli $p_n = p_m = 1$ to $n \triangleleft m$, gdy $k_n > k_m$

W tym porządku kolejność liczb jest następująca:

$$\begin{array}{cccccc} 3 & \triangleleft & 5 & \triangleleft & 7 & \triangleleft & 9 & \triangleleft & \dots \\ 3 \cdot 2 & \triangleleft & 5 \cdot 2 & \triangleleft & 7 \cdot 2 & \triangleleft & 9 \cdot 2 & \triangleleft & \dots \\ 3 \cdot 2^2 & \triangleleft & 5 \cdot 2^2 & \triangleleft & 7 \cdot 2^2 & \triangleleft & 9 \cdot 2^2 & \triangleleft & \dots \\ 3 \cdot 2^3 & \triangleleft & 5 \cdot 2^3 & \triangleleft & 7 \cdot 2^3 & \triangleleft & 9 \cdot 2^3 & \triangleleft & \dots \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \dots & \triangleleft & 2^3 & \triangleleft & 2^2 & \triangleleft & 2 & \triangleleft & 1 \end{array}$$

Zadanie

Napisz program, który sortuje liczby w sposób: klasyczny i Szarkowskiego.

Opis wejścia

W pierwszym wierszu znajduje się liczba n – jest to liczba liczb do posortowania (nie więcej niż 50 000).

W kolejnej linii znajduje się n różnych liczb naturalnych przedzielonych pojedynczą spacją. Wartości tych liczb nie przekraczają wartości 1 000 000 000 000 000 000. Na potrzeby zadania zakładamy, że 0 nie jest liczbą naturalną.

Opis wyjścia

W dwóch liniach należy wpisać posortowany ciąg liczb wejściowych. W pierwszej linii w porządku klasycznym, w drugiej w porządku Szarkowskiego.

Przykład

Dla danych wejściowych:

```
20
18 5 17 12 6 10 3 1 11 16 9 14 2 15 13 4 19 20 7 8
```

prawidłową odpowiedzią jest:

```
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20
3 5 7 9 11 13 15 17 19 6 10 14 18 12 20 16 8 4 2 1
```

Wyjaśnienie przykładu

Danymi wejściowymi są kolejne liczby naturalne od 1 do 20. Dla tych liczb $1 = 2^0 \cdot 1$, $2 = 2^1 \cdot 1$, $3 = 2^0 \cdot 3$, $4 = 2^2 \cdot 1$, $5 = 2^0 \cdot 5$, $6 = 2^1 \cdot 3$, $7 = 2^0 \cdot 7$, $8 = 2^3 \cdot 1$, $9 = 2^0 \cdot 9$, $10 = 2^1 \cdot 5$, $11 = 2^0 \cdot 11$, $12 = 2^2 \cdot 3$, $13 = 2^0 \cdot 13$, $14 = 2^1 \cdot 7$, $15 = 2^0 \cdot 5$, $16 = 2^4 \cdot 1$, $17 = 2^0 \cdot 17$, $18 = 2^1 \cdot 9$, $19 = 2^0 \cdot 19$, $20 = 2^2 \cdot 5$.

W porządku Szarkowskiego będziemy mieli następującą kolejność:

```
      20 · 3  < 20 · 5  < 20 · 7  < 20 · 9  < 20 · 11 <
< 20 · 13 < 20 · 15 < 20 · 17 < 20 · 19 < 21 · 3  <
< 21 · 5  < 21 · 7  < 21 · 9  < 22 · 3  < 22 · 5  <
< 24      < 23      < 22      < 21      < 20
      3 < 5 < 7 < 9 < 11 <
< 13 < 15 < 17 < 19 < 6 <
< 10 < 14 < 18 < 12 < 20 <
< 16 < 8 < 4 < 2 < 1
```

Punktacja

Oczywiście jeżeli Twój algorytm podoła jedynie części przypadków testowych to zostaniesz nagrodzony częściowymi punktami. Poniższa tabela opisuje poszczególne grupy testów obłożone dodatkowymi założeniami.

Dodatkowe założenia:	Punkty za grupę testów:
Podane liczby z zakresu do 100.	10
Podane liczby z zakresu do 10 000.	30
Brak dodatkowych ograniczeń na rozmiar problemu.	60

Biuro Projektu Partnera Wiodącego: Politechnika Łódzka | Wydział Elektrotechniki, Elektroniki, Informatyki i Automatyki |
ul. Stefanowskiego 22, pokój 14, 90-924 Łódź | tel. (42) 631-28-89, | e-mail: biuro@cmi.edu.pl | www.cmi.edu.pl

Partner Wiodący Projektu



Partnerzy Projektu



Politechnika
Warszawska



I^{math}

Cyfrowy
3ialog

