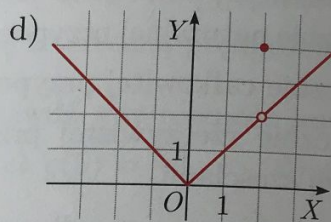
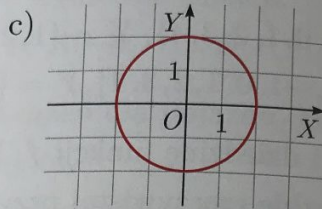
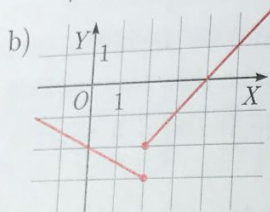
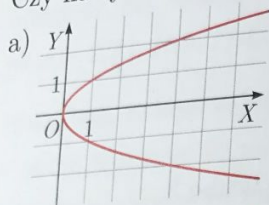


4.3. Szkicowanie wykresu funkcji (2)



1. Czy na rysunku przedstawiono wykres funkcji? Odpowiedź uzasadnij.



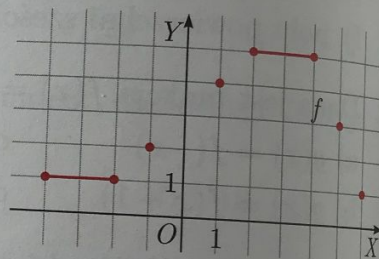
2. Na rysunku obok przedstawiono wykres pewnej funkcji f .

a) Czy punkt $(3, 5)$ należy do tego wykresu?

b) Ile różnych wartości przyjmuje funkcja f ?

c) Jaką wartość przyjmuje ta funkcja dla argumentu $\sqrt{10}$?

d) Która wartość funkcji jest większa: dla argumentu $-3,5$ czy dla $-2,5$?



3. Dana jest funkcja f określona za pomocą wzoru:

$$f(x) = \begin{cases} 1 - 3x & \text{dla } x \in (-\infty; -2) \\ 2x^2 & \text{dla } x \in \langle -2; 3) \\ 5 & \text{dla } x \in \langle 3; \infty) \end{cases}$$

Wyznacz wartość tej funkcji dla podanego argumentu.

a) -4

b) -2

c) 2

d) 5

e) $3,1$

f) $2,8$

4. Oblicz wartości funkcji f dla argumentów $x \in \{-1, \frac{1}{2}, 1, \sqrt{3}, 2\}$.

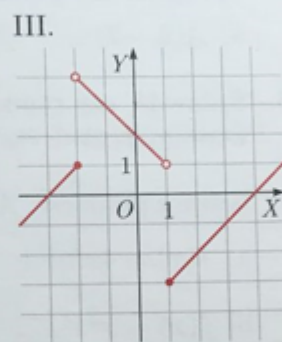
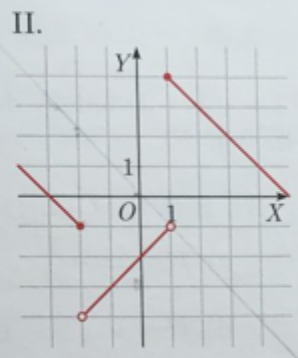
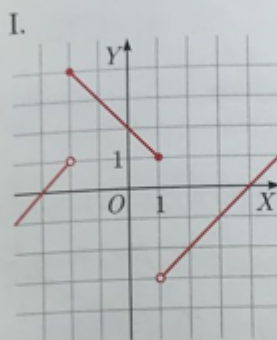
a) $f(x) = \frac{x^2}{2} + 5$

b) $f(x) = \frac{x-1}{2x}$

c) $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{dla } x \in (-\infty; 1) \\ -x^2 + 2 & \text{dla } x \in \langle 1; 2) \\ -2 & \text{dla } x \in \langle 2; \infty) \end{cases}$

5. Na którym rysunku przedstawiono wykres funkcji f ?

$$f(x) = \begin{cases} x+3 & \text{dla } x \in (-\infty; -2) \\ -x+2 & \text{dla } x \in (-2; 1) \\ x-4 & \text{dla } x \in (1; \infty) \end{cases}$$



6. Wyznacz dziedzinę funkcji f .

a) $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & \text{dla } x \in \langle 0; 2) \\ 2 & \text{dla } x \in \langle 3; \infty) \end{cases}$

b) $f(x) = \begin{cases} -x^2 & \text{dla } x \in \langle -3; 0) \\ -2x+1 & \text{dla } x \in \langle 0; 2) \\ 5x & \text{dla } x \in (2; 5) \end{cases}$

7. Naszkicuj wykres funkcji $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$.

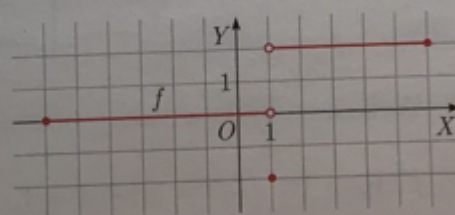
a) $f(x) = \begin{cases} -x+2 & \text{dla } x \leq 1 \\ x & \text{dla } x > 1 \end{cases}$

b) $f(x) = \begin{cases} -x-3 & \text{dla } x \leq -1 \\ -2 & \text{dla } -1 < x < 2 \\ \frac{1}{2}x-3 & \text{dla } x \geq 2 \end{cases}$

8. Naszkicuj wykres funkcji f określonej poniższym wzorem.

$$f(x) = \begin{cases} 2 & \text{dla } x \in (-\infty; -2) \\ -2x-2 & \text{dla } x \in (-2; 0) \\ x-2 & \text{dla } x \in (0; 3) \\ 1 & \text{dla } x \in (3; \infty) \end{cases}$$

9. Na rysunku obok przedstawiono wykres funkcji f . Podaj wzór tej funkcji.



10. Naszkicuj wykres funkcji $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ i zapisz jej wzór bez użycia symbolu wartości bezwzględnej.

a) $f(x) = |4x|$

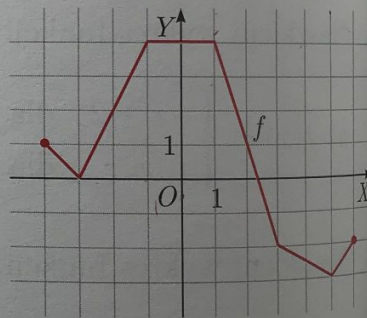
b) $f(x) = |\frac{1}{3}x|$

c) $f(x) = -|2x|$

11. Podaj współrzędne trzech punktów należących do wykresu funkcji f .
 a) $f(x) = 6x + 2$ b) $f(x) = x^2 - 1$ c) $f(x) = 3 - |x|$
12. Sprawdź, czy punkt A należy do wykresu funkcji $f(x) = 1 - \frac{x}{3}$.
 a) $A(9, -2)$ b) $A(-3, 0)$ c) $A(6, -1)$ d) $A(-1, \frac{2}{3})$
13. Sprawdź, czy punkt $P(2 + \sqrt{3}, -3)$ należy do wykresu funkcji określonej wzorem $f(x) = -x^2 + 4x - 4$.
14. Które z punktów: $A(-1, -1)$, $B(0, 1)$ i $C(2, \frac{1}{2})$ należą do wykresu funkcji f ?
 a) $f(x) = 4x^2 + 1$ c) $f(x) = -\frac{1}{x^2}$ e) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+2}}$
 b) $f(x) = x^3$ d) $f(x) = \sqrt{x-1}$ f) $f(x) = \frac{1}{|x-4|}$
15. Sprawdź, czy punkt $A(-1, 1)$ należy do wykresu funkcji f .
 a) $f(x) = x^2 + 1$ c) $f(x) = (x^3 + 2x^2)^{2019}$
 b) $f(x) = -x^2 + 2$ d) $f(x) = (x^7 - 3x - 3)^{100}$

16. Na rysunku obok przedstawiono wykres funkcji f . Odczytaj z wykresu potrzebne dane i oblicz wartość wyrażenia:

$$\frac{f(1) - f(-1)}{2} + \frac{3}{f(-3) - f(3)}$$



17. Naskicuj wykres funkcji $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ określonej poniższym wzorem i oblicz wartość wyrażenia $f(\sqrt{2} - 3) + f(\sqrt{2} - 1) + f(\sqrt{2} + 1)$.

$$f(x) = \begin{cases} x + 4 & \text{dla } x \leq -1 \\ -2x + 3 & \text{dla } -1 < x < 1 \\ -x + 4 & \text{dla } x \geq 1 \end{cases}$$

18. Wykaż, że podane wzory opisują tę samą funkcję. Naskicuj jej wykres.

$$f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = |x| - x + 1,$$

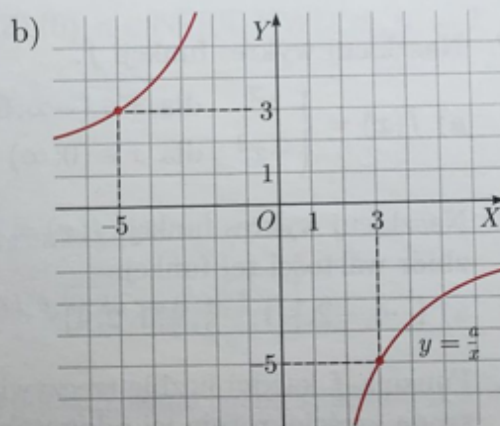
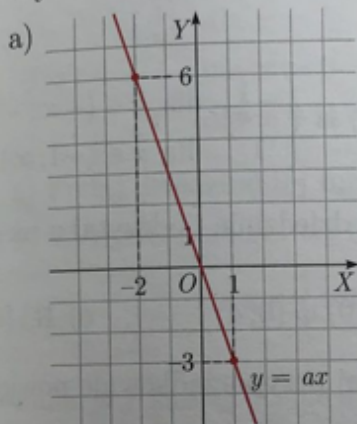
$$g(x) = \begin{cases} -2x + 1 & \text{dla } x \in (-\infty; 0) \\ 1 & \text{dla } x \in \langle 0; \infty \end{cases}$$

19. Naskicuj wykres funkcji f i odczytaj z niego miejsca zerowe tej funkcji.

a) $f(x) = \begin{cases} x+4 & \text{dla } x \in (-\infty; 0) \\ 4-x & \text{dla } x \in \langle 0; \infty \end{cases}$

b) $f(x) = \begin{cases} -x-2 & \text{dla } x \in (-\infty; -1) \\ x & \text{dla } x \in \langle -1; 3) \\ -x+6 & \text{dla } x \in \langle 3; \infty \end{cases}$

20. Wyznacz liczbę a we wzorze funkcji, której wykres jest dany na rysunku.



21. Wyznacz liczbę m we wzorze funkcji $f(x) = 3x + m$, jeżeli wiadomo, że wykres funkcji f przecina:

a) oś OY w punkcie $(0, 4)$,

b) oś OX w punkcie $(4, 0)$.

22. Wiadomo, że punkt $P(2, 4)$ należy do wykresu funkcji f . Wyznacz liczbę a .

a) $f(x) = ax^2$

b) $f(x) = a(x-1)^2$

c) $f(x) = \frac{a}{x+1}$

23. Wykresy funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ i $g(x) = -x + c$ przecinają się w dwóch punktach. Dobierz liczby a i c tak, by jednym z nich był punkt $A(-1, -6)$, i podaj współrzędne drugiego punktu.

24. Naskicuj wykres funkcji $f(x) = x^2$ o podanej dziedzinie i odczytaj z niego zbiór wartości tej funkcji.

a) $\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

b) $\langle -3; 3 \rangle$

c) $\langle -1; \infty \rangle$

d) $\mathbf{R}$

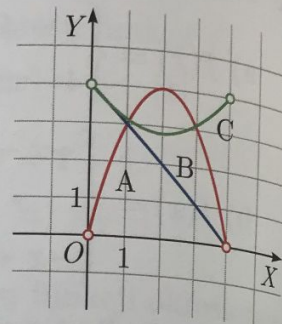
25. Naskicuj wykresy funkcji f, g, h i oblicz pole trójkąta ograniczonego tymi wykresami.

• $f(x) = x - 1$ dla $0 \leq x \leq 4$

• $g(x) = 3$ dla $-3 \leq x \leq 4$

• $h(x) = -x - 1$ dla $-3 \leq x \leq 0$

26. Określ wzorem i wskaż na rysunku obok wykres funkcji f , która długości x jednego z boków prostokąta o obwodzie równym 8 przyporządkowuje:
- długość drugiego boku prostokąta,
 - pole prostokąta,
 - długość przekątnej prostokąta.



27. Naskicuj wykres funkcji f .

$$\text{a) } f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{dla } x \in (-\infty; 0) \\ -x^2 & \text{dla } x \in \langle 0; \infty \end{cases} \quad \text{b) } f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x} & \text{dla } x \in (-\infty; -1) \\ 1 & \text{dla } x \in \langle -1; \infty \end{cases}$$

28. Naskicuj wykres funkcji $f(x) = \frac{1}{x}$ o podanej dziedzinie i odczytaj z niego zbiór wartości tej funkcji.

$$\text{a) } \{-4, -2, -1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1, 2, 4\} \quad \text{b) } (-4; 0) \cup (0; 4) \quad \text{c) } \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

29. Funkcja f każdej liczbie rzeczywistej dodatniej przyporządkowuje powiększoną sześciokrotnie jej odwrotność.

a) Podaj wzór funkcji f .

b) Naskicuj wykres funkcji f .

c) Wyznacz wszystkie punkty należące do wykresu funkcji f , których obie współrzędne są liczbami naturalnymi.

30. Wyznacz brakujące współrzędne punktów: $A(2, a)$, $B(b, 0)$, $C(c, 2)$ oraz $D(\sqrt{2}, d)$, jeżeli wiadomo, że należą one do wykresu funkcji f .

$$\text{a) } f(x) = 2x - 1$$

$$\text{b) } f(x) = \sqrt{x}$$

31. Wyznacz liczby a i b , dla których punkt $A(\sqrt{2}, 2 - \sqrt{2})$ należy do wykresów funkcji: $f(x) = \frac{a}{x+2}$ i $g(x) = \frac{2}{x-b}$.

32. Dla jakiej liczby a miejscem zerowym funkcji f jest -1 ? Naskicuj wykres funkcji f dla wyznaczonej wartości a .

$$\text{a) } f(x) = \begin{cases} 2x - a & \text{dla } x \in (-\infty; 0) \\ ax + 4 & \text{dla } x \in \langle 0; \infty \end{cases}$$

$$\text{b) } f(x) = \begin{cases} ax + 2 & \text{dla } x \in (-\infty; a) \\ 2x - a & \text{dla } x \in \langle a; \infty \end{cases}$$

33. Funkcja określona poniższym wzorem to funkcja Dirichleta.

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{dla } x \in \mathbf{Q} \\ 0 & \text{dla } x \in \mathbf{R} \setminus \mathbf{Q} \end{cases}$$

Wyznacz wartości tej funkcji dla argumentów:

$$x \in \left\{ -2; -\sqrt{2\frac{1}{4}}; \sqrt{0,25}; \sqrt{3} - 1; 2,3(12); \pi \right\}$$

34. Funkcja określona poniższym wzorem to funkcja Riemanna.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{n} & \text{dla } x = \frac{m}{n}, \text{ gdzie } m \in \mathbf{Z} \setminus \{0\}, n \in \mathbf{N} \setminus \{0\}, \text{NWD}(m, n) = 1 \\ 1 & \text{dla } x = 0 \\ 0 & \text{dla } x \in \mathbf{R} \setminus \mathbf{Q} \end{cases}$$

a) Podaj dziedzinę tej funkcji.

b) Wyznacz wartości tej funkcji dla argumentów:

$$x \in \left\{ -2; -\sqrt{2\frac{1}{4}}; 0,(3); \sqrt{0,25}; \sqrt{3} - 1; \pi \right\}$$

35. Funkcja f każdej liczbie dodatniej przyporządkowuje liczbę 1, każdej liczbie ujemnej – liczbę -1 , a zeru – liczbę 0.

a) Wyznacz: $f(-2,1)$, $f(1 - \sqrt{2})$, $f(\sqrt[3]{-4})$, $f(|3 - \pi|)$ oraz $f(x^2 + 1)$, gdzie $x \in \mathbf{R}$.

b) Zapisz wzór funkcji f .

c) Naskicuj wykres funkcji f .

d) Określ zbiór wartości funkcji f .

36. Przeczytaj informację w ramce i naskicuj wykres funkcji f .

$$\min(a, b) = \begin{cases} a & \text{dla } a \leq b \\ b & \text{dla } a > b \end{cases} \quad \max(a, b) = \begin{cases} a & \text{dla } a \geq b \\ b & \text{dla } a < b \end{cases}$$

a) $f(x) = \min(x, 1)$ b) $f(x) = \max(x + 1, 2)$ c) $f(x) = \max(x, -2x)$

